中南大学考试试卷A及答案

2022 -- 2023 学年 上学期 时间100分钟 2023年2月22 日晚上9-10节

离散数学 课程 48 学时 3 学分 考试形式：闭 卷

专业年级：计科，图灵，信安，大数据2022 总分100分，占总评成绩 60 %

注：此页不作答题纸，请将答案写在答题纸上

一、填空题（每小题2分，共20分）

1．拥有5个原子的布尔代数的元素个数为 。

2．12条边的图G，度数为3的顶点6个，其余度数均小于3，则该图至少有 个顶点。

3．A={a,b,c,d,e}上具有自反和对称性的关系的个数为 个。

4．设R为实数集，函数f,g：R×R→R×R，并且f(<x,y>)=<x+2y,2x-y>, g(<x,y>)=<5x,5y>, 则gf-1(<x,y>)=。

5．设简单连通无向图G有10个顶点，其中2个1度，3个2度，3个4度，其余度数为3，则其对应的平面图有多少面？

6．三元命题公式P∧Q→R的主合取范式= 。

7．A={x|x∈N∧x<16},R为模5等价关系，设规范映射f: A→A/R,则f(1) = 。

8.设A={2,3,9},A上的二元运算\*定义为a\*b=min{a,b}，则在独异点<A,\*>中，么元是 。

9.设无向图G=<V,E>,|V|=n,设其点独立数是β0，则其点覆盖数α0是

10．[a,b]表示a到b实数闭区间，||[0,1]|\*(|有理数集|+|[10,20]|)|=

二、真假判断题（每小题1分，共10分）

1.能与自己的子集建立起双射的集合一定是无限集合。

2.非空集上的空关系是自反、对称和传递的。

3.简单无向连通图有21条边且结点度数均为2，则该图结点数为42。

4.无向图G的最小点割集是唯一的。

5.102的所有正因子构成的集合为S102，D为整除关系，<S102,D>是布尔代数。

6.质数阶的群一定是循环群，且生成元的阶和群阶相等。

7.n个元素的集合可以定义n!个置换。

8.如果A⊆B，则A∉B一定为真。

9.如果R1和R2是反对称和传递的，那么R1∪R2也是反对称和传递的。

10．设G(V,E)是无向简单图，G的极大独立集一定是G的极小支配集。反之，也成立。

三、多选题（每小题2分，共10分）

1．下列哪些关系可以构成函数？

A．f={<x,y>|x,y∈N且x+y=10} B．f={<x,y>|x,y∈R且x=y2}

C．f={<x,x+10>|x∈N} D．f={<x,|x|>|x∈R}

2．选择下列正确的说法：

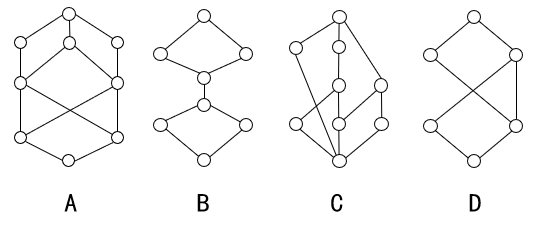
A.若有向图G是连通的，则其底图必是连通的。

B.若图G是连通的，则其子图必是连通的。

C.若图G是不连通的，则其补图G’必是连通的。

D.若图G是连通的，则其补图G’必是不连通的。

3．下列哈斯图中， 是模格。



4．设fg是合成函数，下面说法正确的是？

A. 如果fg是满射的，则f是满射的，g可以不是满射的。

B. 如果fg是双射的，则f是满射的，g是单射的。

C. 如果fg是双射的，则f是双射的，g可以是满射的。

D. 如果fg是单射的，则g是单射的，f是单射。

5．集合A={1,2,3,...,10}上的关系R={<x, y>|x+y=10, x,y∈A}，则R的性质是

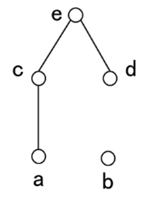
A. 自反的 B. 对称的 C. 非传递的 D.反自反的

四、解答或计算题（每小题6分，共30分）

1．请给出下面推理的形式化证明：∀x(A(x)→ B(x)∧C(x)),∃x(A(x)∧D(x))⇒ ∃x(A(x)∧B(x)∧D(x))

证明：（要点：形式化证明。并需列出每步的依据。）

2.已知偏序集<A,R>的哈斯图如下图所示, 请给出集合A的表达式，R的关系图和关系矩阵，并求R-1和R2。



3.请给出无向简单连通图G(4,3)（4个顶点，3条边）的所有极小支配集和最小支配集。

4．请证明：两个正规子群的交集必可构成相关的商群。

5.请证明：二元布尔代数是四元布尔代数的同态象。

五、证明题（每小题6分，共30分）

1. 请证明：<Zk,+k>中任意元素a的阶都是|Zk|的因子，Zk={0,1,...,k-1}，+k为模k加。
2. 有n个城市由k条高速公路网连接(一条高速公路定义为两城市间的直接通路)，请证明：如果有：k＞(n-1)(n-2)/2，则总能通过连接城市的高速公路在任何城市间旅行。
3. 设x,y,z为布尔代数<{0,1},+,\*,’>的元素，请证明：x+y’(x+z’)=(x+y’+z)(x+y’+z’)(x+y+z’)。

要点：方法1（求出等式两边各自主范式。两个的主范式相同，则二者相等）

方法2（等价变换：左边式子转换成右边形式）

4．请基于图模型证明下面命题：n个球队比赛（n≥4），已经赛完n+1场，则存在一个球队，它至少参加过3场比赛。

5．请证明：从环<R,+,\*>到环<Z,+,\*>必存在同态映射，其中R是实数集，Z是整数集，+为普通加法，\*为普通乘法。